

3.1.2 各种函数介绍

3.1.2 函数大集合

欢迎来到函数的世界！今天，我们将一起探索六种重要的数学函数：正比例函数、一次函数、反比例函数、指数函数、对数函数 和 二次函数。它们各有特色，像生活中的小助手一样，帮我们解决各种问题。准备好了吗？让我们开始吧！

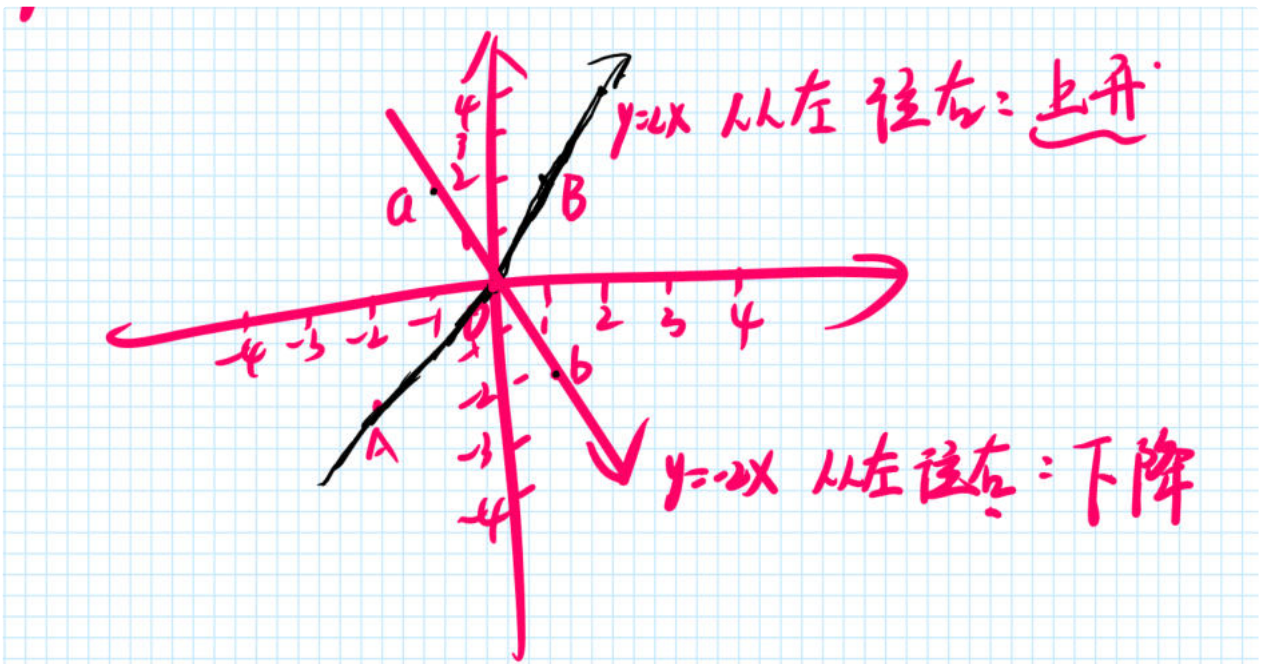
1. 正比例函数

1.1 定义

正比例函数是一种简单直接的函数，写成 $y = kx$ ，其中 k 是一个不为零的常数，称为比例系数。

1.2 性质

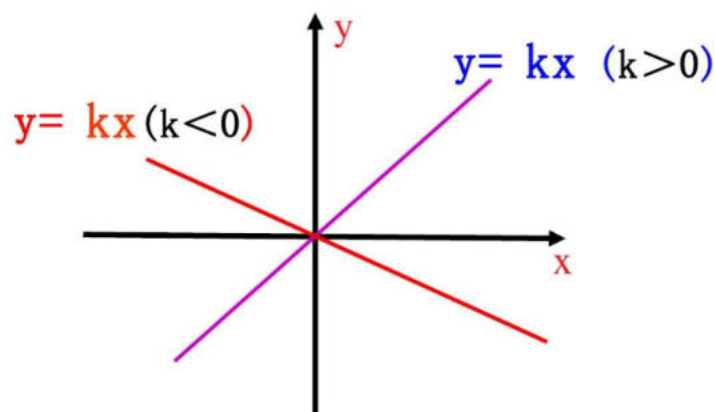
- 图像：一条穿过原点 $(0,0)$ 的直线。
- 斜率：直线的倾斜程度由 k 决定。如果 $k > 0$ ，直线向右上倾斜；如果 $k < 0$ ，向右下倾斜。
- 单调性：当 $k > 0$ 时， x 变大， y 也变大（递增）；当 $k < 0$ 时， x 变大， y 变小（递减）。



$y = kx$ 是一条直线，都经过原点

$k > 0$ ，从左到右：上升

$k < 0$ ，从左到右：下降



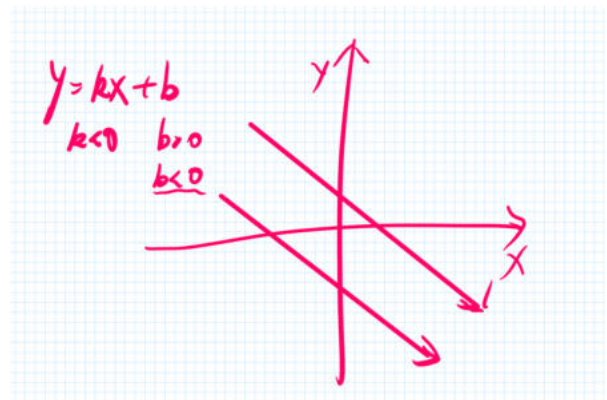
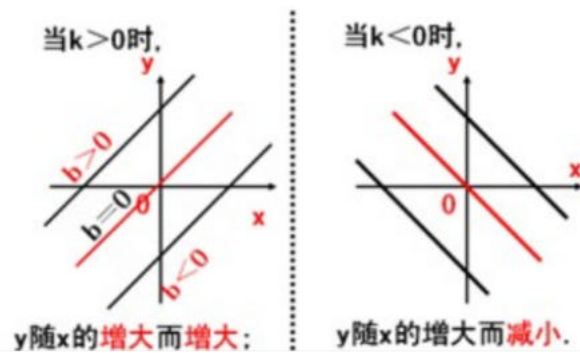
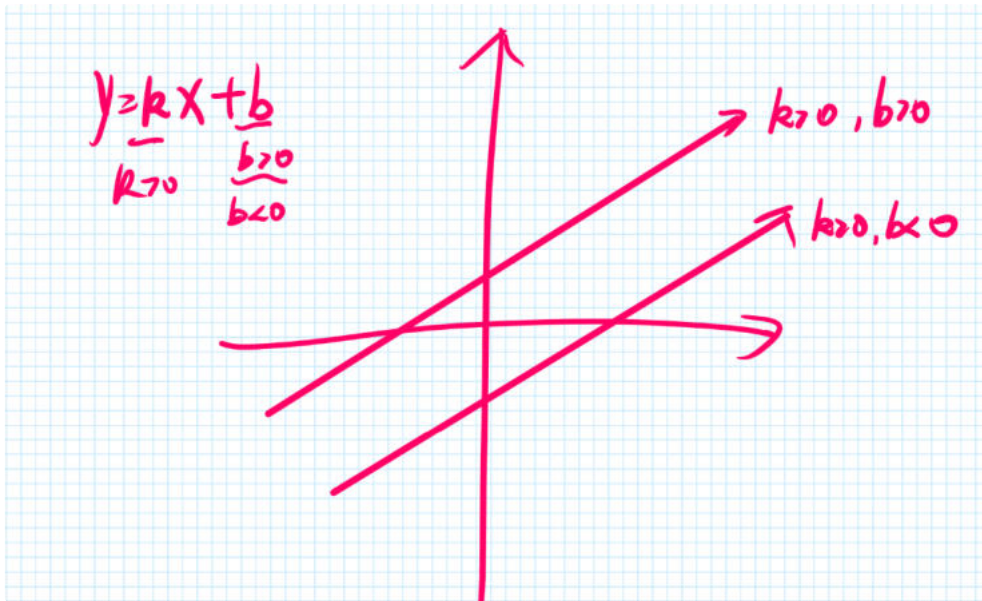
2. 一次函数

2.1 定义

一次函数的表达式是 $y = kx + b$ ，其中 k （斜率）和 b （截距）是常数，且 $k \neq 0$ 。

2.2 性质

- **图像**：一条直线，斜率是 k ，在 y 轴上的截距是 b 。
- **单调性**：跟正比例函数类似， $k > 0$ 时递增， $k < 0$ 时递减。
- **特别提醒**：如果 $b = 0$ ，它就变成了正比例函数。



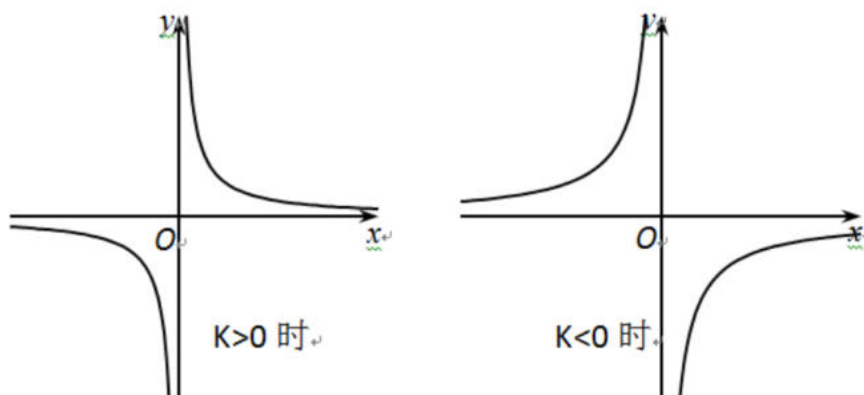
3. 反比例函数

3.1 定义

反比例函数长这样： $y = \frac{k}{x}$ ，其中 k 是个非零常数， x 不能为 0。

3.2 性质

- 图像：一条分成两段的双曲线。如果 $k > 0$ ，在第一和第三象限；如果 $k < 0$ ，在第二和第四象限。
- 单调性：在 $x > 0$ 或 $x < 0$ 的范围内单调，比如 $k > 0$ 时， x 变大， y 变小。



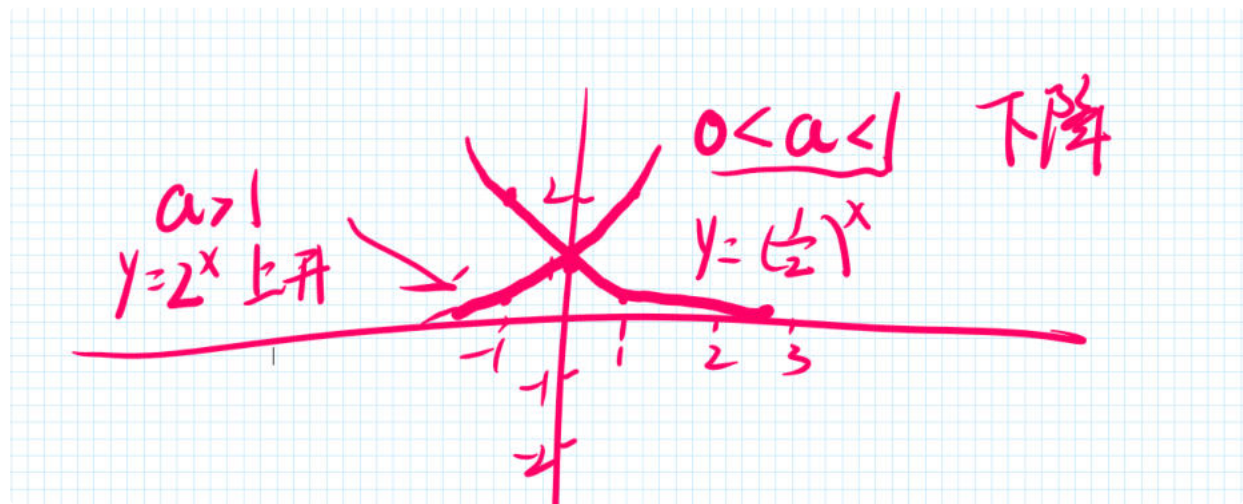
4. 指数函数

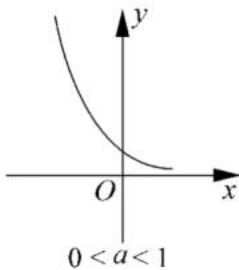
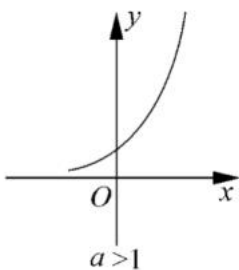
4.1 定义

指数函数是 $y = a^x$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，底数 a 是固定的。

4.2 性质

- 图像：一条平滑的曲线，总在 x 轴上方。
- 单调性：如果 $a > 1$ ，递增（越往右越高）；如果 $0 < a < 1$ ，递减（越往右越低）。
- 关键点： $x = 0$ 时， $y = 1$ 。



| | | |
|--------|--|--|
| 图 像 |  $0 < a < 1$ |  $a > 1$ |
| 定义域 | \mathbb{R} | |
| 值 域 | $(0, +\infty)$ | |
| 性 质 | 过定点 $(0, 1)$ | |
| | 非奇非偶 | |
| | 在 \mathbb{R} 上是减函数 | 在 \mathbb{R} 上是增函数 |

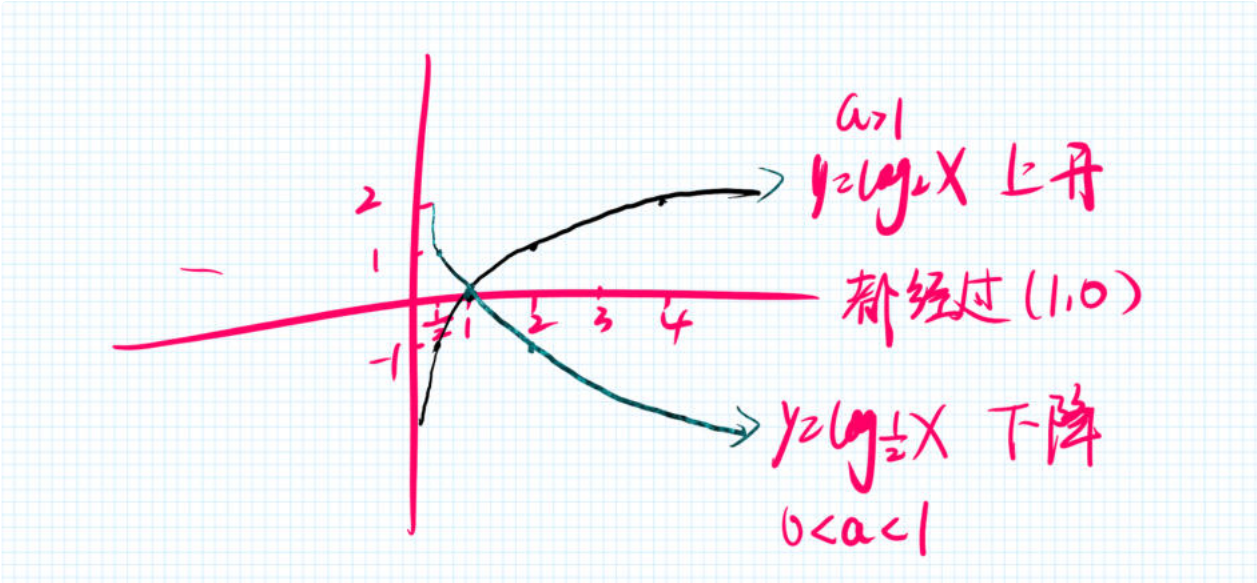
5. 对数函数

5.1 定义

对数函数是 $y = \log_a x$ (a 的多少次方等于 x)，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， x 必须大于 0。

5.2 性质

- 图像：一条平滑曲线，在 y 轴右侧。
- 单调性： $a > 1$ 时递增， $0 < a < 1$ 时递减。
- 关键点： $x = 1$ 时， $y = 0$ 。
- 渐近线： y 轴是它的“靠山”。



对数函数的性质

| 图 象 | $\log_a x (a > 1)$ | $\log_a x (0 < a < 1)$ |
|----------|---|---|
| | | |
| 观察 图像 | 定义域： $(0, +\infty)$ | 定义域： $(0, +\infty)$ |
| | 图像必经过点： $(1, 0)$ | 图像必经过点： $(1, 0)$ |
| | 在 $(0, +\infty)$ 内是 <u>增</u> 函数 (填“增”或“减”) | 在 $(0, +\infty)$ 内是 <u>减</u> 函数 (填“增”或“减”) |

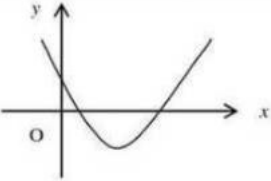
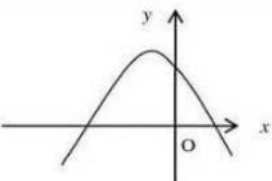
6. 二次函数

6.1 定义

二次函数是 $y = ax^2 + bx + c$ ，其中 $a \neq 0$ ， a, b, c 是常数。

6.2 性质

- 图像：抛物线， $a > 0$ 开口向上， $a < 0$ 开口向下。
- 顶点：抛物线的最高或最低点，坐标是 $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$ 。
- 对称轴：一条垂直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 。
- 最值：开口向上有最小值，向下有最大值。

| 函数 图 象 | 二次函数 $y = ax^2 + bx + c$ | |
|--------------|--|--|
| | (a、b、c 是常数， $a \neq 0$) | |
| | $a > 0$ | $a < 0$ |
| |  |  |
| | (1) 当 $a > 0$ 时，抛物线开口向上； (2) 对 称 轴： $x = -\frac{b}{2a}$ 顶 点 坐 标： $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ | (1) 当 $a < 0$ 时，抛物线开口向下； (2) 对 称 轴： $x = -\frac{b}{2a}$ 顶 点 坐 标： $(-\frac{b}{2a}, \frac{4ac - b^2}{4a})$ |

知识点总结表格

| 函数类型 | 标准形式 | 图像特征 | 单调性 | 特殊点/渐近线 |
|-------|---------------------|-------------|----------------------------|--------------|
| 正比例函数 | $y = kx$ | 过原点的直线 | $k > 0$ 递增， $k < 0$ 递减 | 无 |
| 一次函数 | $y = kx + b$ | 直线 | $k > 0$ 递增， $k < 0$ 递减 | y 轴截距 b |
| 反比例函数 | $y = \frac{k}{x}$ | 双曲线 | 在定义域内单调 | x 轴、 y 轴 |
| 指数函数 | $y = a^x$ | 平滑曲线，过(0,1) | $a > 1$ 递增， $0 < a < 1$ 递减 | x 轴渐近线 |
| 对数函数 | $y = \log_a x$ | 平滑曲线，过(1,0) | $a > 1$ 递增， $0 < a < 1$ 递减 | y 轴渐近线 |
| 二次函数 | $y = ax^2 + bx + c$ | 抛物线 | 有最值 | 顶点、对称轴 |

