

3.1.2 各种函数介绍

3.1.2 函数大集合

欢迎来到函数的世界！今天，我们将一起探索六种重要的数学函数：正比例函数、一次函数、反比例函数、指数函数、对数函数和二次函数。它们各有特色，像生活中的小助手一样，帮我们解决各种问题。准备好了吗？让我们开始吧！

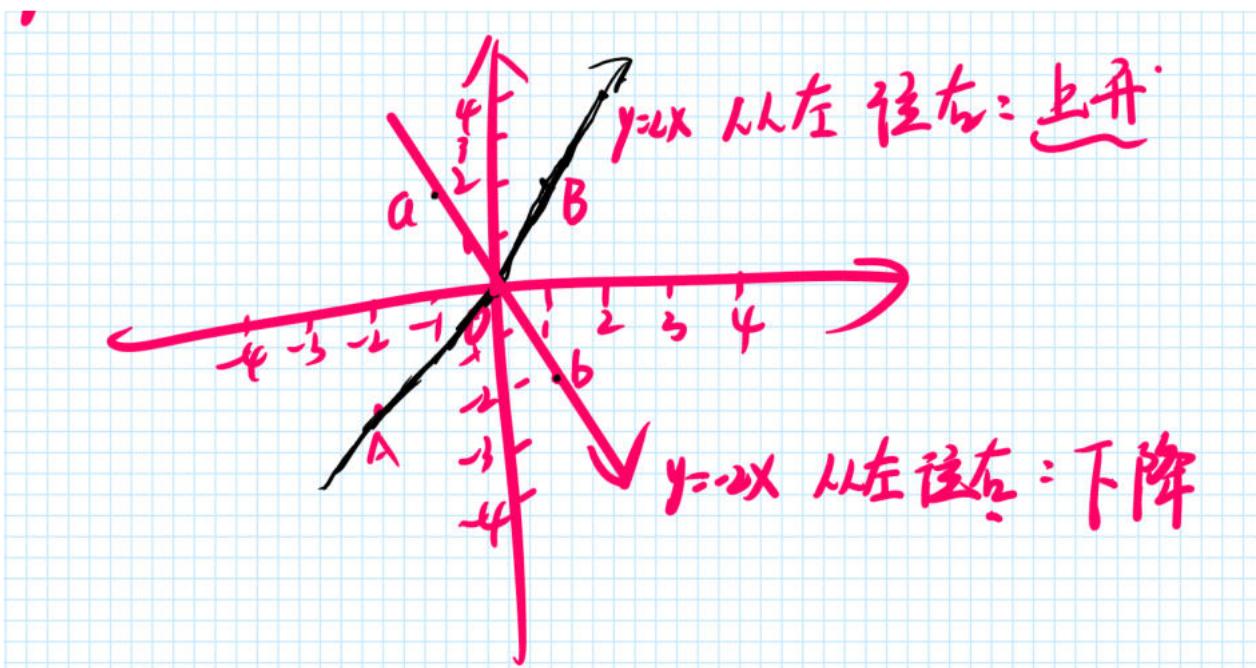
1. 正比例函数

1.1 定义

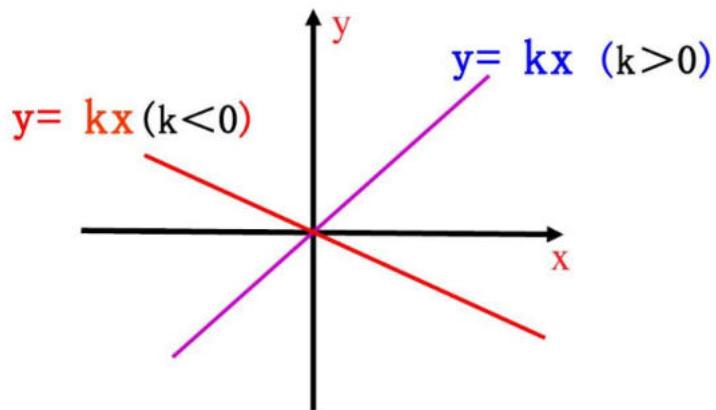
正比例函数是一种简单直接的函数，写成 $y = kx$ ，其中 k 是一个不为零的常数，称为比例系数。

1.2 性质

- 图像：一条穿过原点 $(0,0)$ 的直线。
- 斜率：直线的倾斜程度由 k 决定。如果 $k > 0$ ，直线向右上倾斜；如果 $k < 0$ ，向右下倾斜。
- 单调性：当 $k > 0$ 时， x 变大， y 也变大（递增）；当 $k < 0$ 时， x 变大， y 变小（递减）。



$y = kx$ 是一条直线，都经过原点
 $k > 0$ ，从左到右：上升
 $k < 0$ ，从左到右：下降



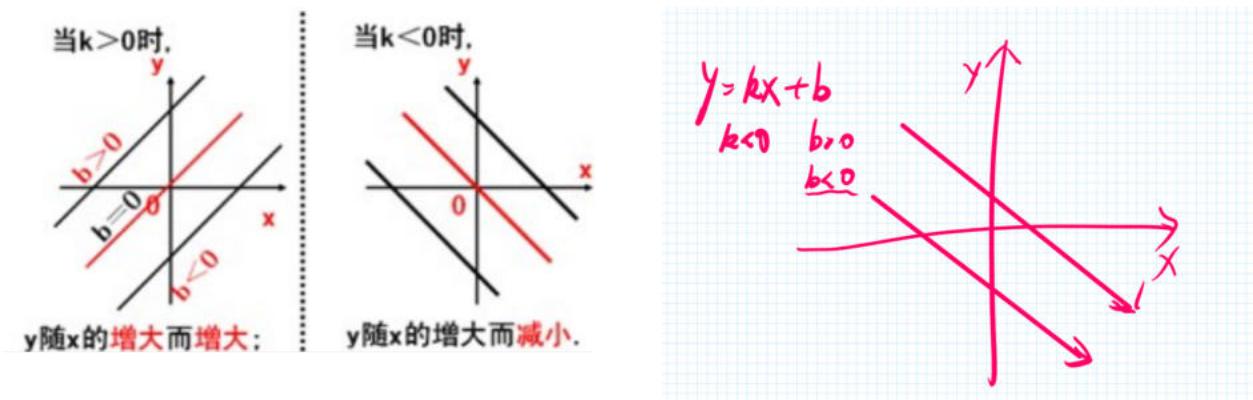
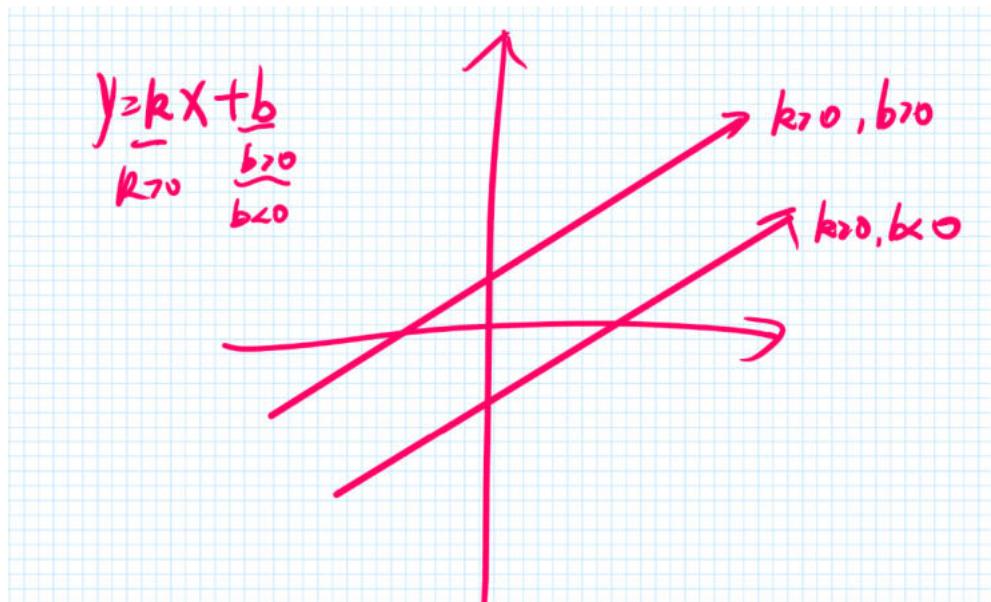
2. 一次函数

2.1 定义

一次函数的表达式是 $y = kx + b$ ，其中 k （斜率）和 b （截距）是常数，且 $k \neq 0$ 。

2.2 性质

- **图像：**一条直线，斜率是 k ，在 y 轴上的截距是 b 。
- **单调性：**跟正比例函数类似， $k > 0$ 时递增， $k < 0$ 时递减。
- **特别提醒：**如果 $b = 0$ ，它就变成了正比例函数。



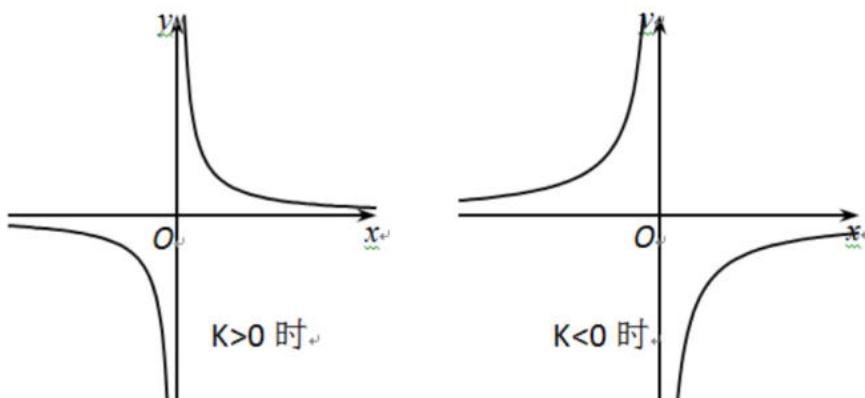
3. 反比例函数

3.1 定义

反比例函数长这样: $y = \frac{k}{x}$, 其中 k 是个非零常数, x 不能为 0。

3.2 性质

- **图像:** 一条分成两段的双曲线。如果 $k > 0$, 在第一和第三象限; 如果 $k < 0$, 在第二和第四象限。
- **单调性:** 在 $x > 0$ 或 $x < 0$ 的范围内单调, 比如 $k > 0$ 时, x 变大, y 变小。



4. 指数函数

4.1 定义

指数函数是 $y = a^x$ ，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ，底数 a 是固定的。

4.2 性质

- 图像：一条平滑的曲线，总在 x 轴上方。
- 单调性：如果 $a > 1$ ，递增（越往右越高）；如果 $0 < a < 1$ ，递减（越往右越低）。
- 关键点： $x = 0$ 时， $y = 1$ 。

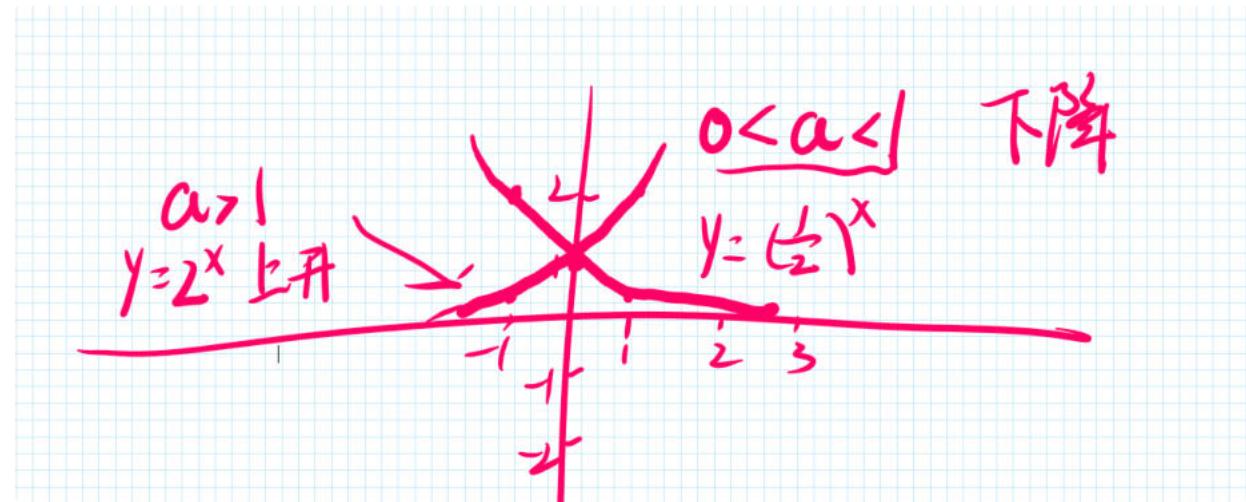
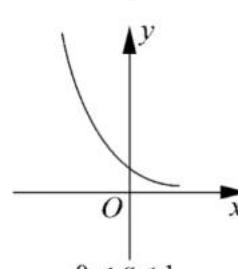
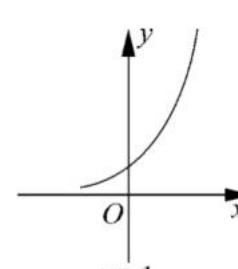


图		
定义域	\mathbb{R}	
值 域	$(0, +\infty)$	
性 质	过定点 $(0, 1)$ 非奇非偶 在 \mathbb{R} 上是减函数	在 \mathbb{R} 上是增函数

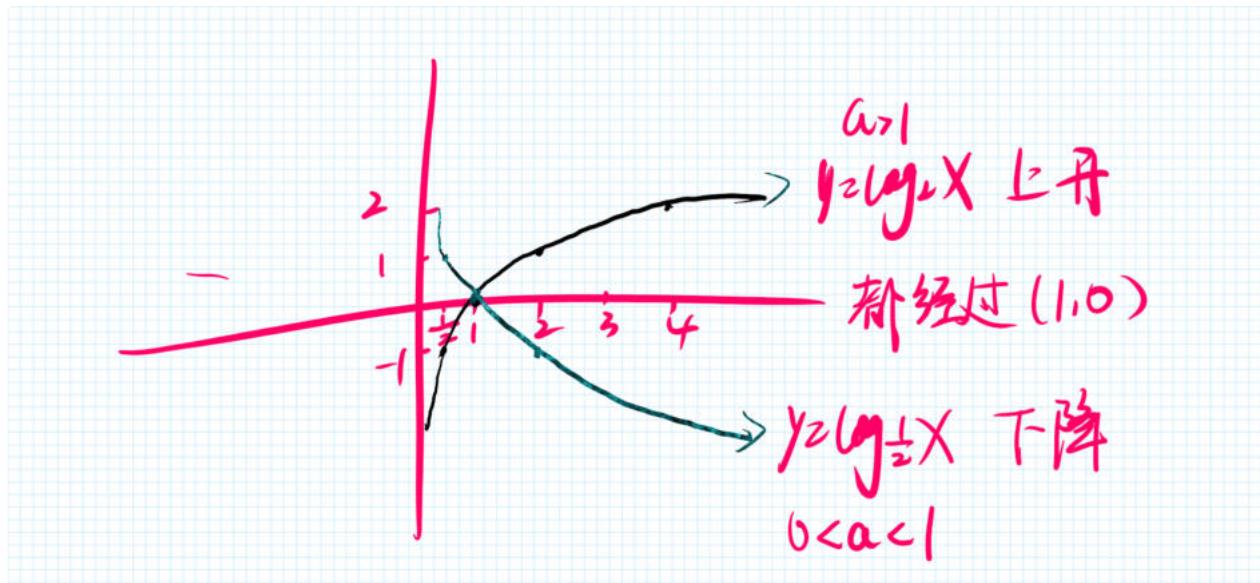
5. 对数函数

5.1 定义

对数函数是 $y = \log_a x$ (a 的多少次方等于 x)，其中 $a > 0$ 且 $a \neq 1$ ， x 必须大于 0。

5.2 性质

- 图像：一条平滑曲线，在 y 轴右侧。
- 单调性： $a > 1$ 时递增， $0 < a < 1$ 时递减。
- 关键点： $x = 1$ 时， $y = 0$ 。
- 渐近线： y 轴是它的“靠山”。



对数函数的性质

图象	$\log_a x (a > 1)$	$\log_a x (0 < a < 1)$
观察图像	定义域： $(0, +\infty)$ 图像必经过点： $(1, 0)$ 在 $(0, +\infty)$ 内是 <u>增</u> 函数 (填“增”或“减”)	定义域： $(0, +\infty)$ 图像必经过点： $(1, 0)$ 在 $(0, +\infty)$ 内是 <u>减</u> 函数 (填“增”或“减”)

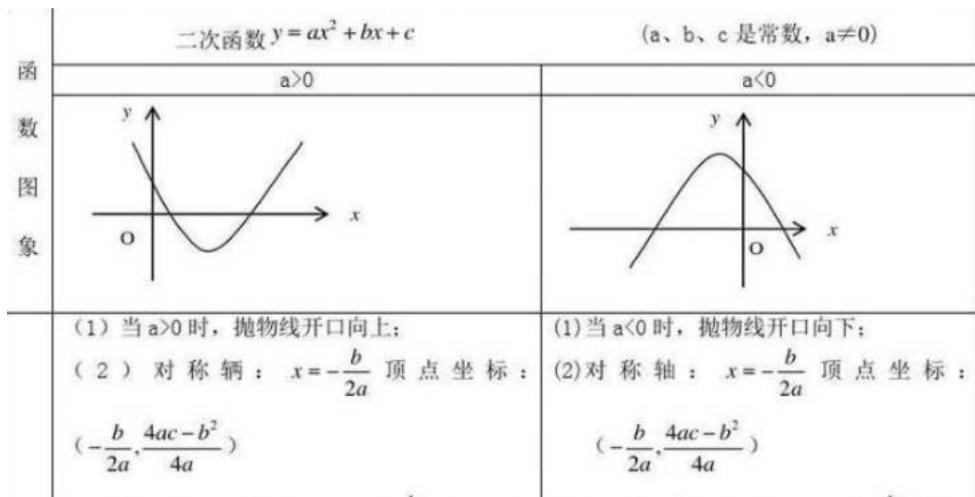
6. 二次函数

6.1 定义

二次函数是 $y = ax^2 + bx + c$ ，其中 $a \neq 0$ ， a, b, c 是常数。

6.2 性质

- 图像：抛物线， $a > 0$ 开口向上， $a < 0$ 开口向下。
- 顶点：抛物线的最高或最低点，坐标是 $(-\frac{b}{2a}, f(-\frac{b}{2a}))$ 。
- 对称轴：一条垂直线 $x = -\frac{b}{2a}$ 。
- 最值：开口向上有最小值，向下有最大值。



知识点总结表格

函数类型	标准形式	图像特征	单调性	特殊点/渐近线
正比例函数	$y = kx$	过原点的直线	$k > 0$ 递增, $k < 0$ 递减	无
一次函数	$y = kx + b$	直线	$k > 0$ 递增, $k < 0$ 递减	y 轴截距 b
反比例函数	$y = \frac{k}{x}$	双曲线	在定义域内单调	x 轴、 y 轴
指数函数	$y = a^x$	平滑曲线, 过 $(0,1)$	$a > 1$ 递增, $0 < a < 1$ 递减	x 轴渐近线
对数函数	$y = \log_a x$	平滑曲线, 过 $(1,0)$	$a > 1$ 递增, $0 < a < 1$ 递减	y 轴渐近线
二次函数	$y = ax^2 + bx + c$	抛物线	有最值	顶点、对称轴

