

# 7.1 向量的概念与线性运算

---

## 7.1 向量的概念与线性运算

### 7.1.1 向量的概念及向量的加减法运算

#### 知识梳理

##### 1. 向量的概念

- (1) 向量的定义
  - 既有大小又有方向的量称为**向量**。例如：力、速度、位移等。
  - 向量的两个要素：**大小和方向**。
- (2) 向量的表示法
  - **几何表示**：用有向线段表示，如图 7-1 所示，记作  $\overrightarrow{AB}$ ，其中 A 为起点，B 为终点。
  - **代数表示**：用小写字母表示，记作  $a, b$ （或  $\vec{a}, \vec{b}$ ）等。
- (3) 向量的模
  - 向量的大小（即长度）称为**向量的模**。
  - 向量  $\overrightarrow{AB}$  的模记作  $|\overrightarrow{AB}|$ 。
- (4) 特殊向量
  - ① **零向量**：
    - ◆ 模为零的向量，记作  $0$ 。
    - ◆ 特点：起点与终点重合，方向不确定。
  - ② **单位向量**：
    - ◆ 模为 1 的向量。
- (5) 平行（共线）向量
  - 定义：方向相同或相反的两个非零向量称为**平行向量**。
  - 记作：向量  $a$  与  $b$  平行，记为  $a \parallel b$ 。
  - 规定：零向量与任意向量平行。
- (6) 相等向量
  - 定义：模相等且方向相同的向量称为**相等向量**。
  - 记作：向量  $a$  与  $b$  相等，记为  $a = b$ 。

- (7) 相反向量 (负向量)

- 定义：反向且等长的向量称为**相反向量**。
- 记作： $a$  的相反向量为  $-a$ 。
- 示例： $\overrightarrow{AB}$  的相反向量为  $-\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{BA}$ 。
- 规定：零向量的相反向量仍为零向量。

---

## 2. 向量的加法与减法运算

- (1) 向量的加法 (记作  $a + b$ )

- ① 三角形法则：
  - ◆ 方法：首尾相连，起点指向终点。
  - ◆ 示例：如图 7-2 所示，已知  $a, b$ ，作  $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{BC} = b$ ，则  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$ 。
- ② 平行四边形法则：
  - ◆ 方法：同起点，对角线。
  - ◆ 示例：如图 7-3 所示，已知  $a, b$ ，作  $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AD} = b$ ，则  $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$ 。

- (2) 向量的减法 (记作  $a - b$ )

- ① 同起点法则：
  - ◆ 方法：方向指向被减向量。
  - ◆ 示例：如图 7-4 所示，已知  $a, b$ ，作  $\overrightarrow{AB} = a$ ， $\overrightarrow{AC} = b$ ，则  $\overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC} - \overrightarrow{AB}$ 。
- ② 转为加法：
  - ◆ 向量相减等于加上相反向量，即  $a - b = a + (-b)$ 。
- ③ 模的关系：
  - ◆ 根据向量的减法，可得  $|a| - |b| \leq |a - b| \leq |a| + |b|$ 。

- (3) 运算法则

1.  $a + 0 = 0 + a = a$  (零向量加法的性质)；
2.  $a + b = b + a$  (加法的交换律)；
3.  $(a + b) + c = a + (b + c)$  (加法的结合律)；
4.  $a + (-a) = (-a) + a = 0$  (相反向量的和为零向量)。

---

## 总结

通过以上整理，向量的概念及其加减法运算的知识点更加清晰明了。向量的定义、表示法、特殊类型以及加减法的几何与代数方法都得到了系统化呈现，便于理解和记忆。希望这份整理对你学习向量知识有所帮助！

以下是根据你提供的参考内容全新设计的数学网课教材练习题。我确保所有题目完全原创，避免任何直接引用或复制，保证独特性并适合线上课程销售，同时考察的知识点与你提供的参考一致。我优化了表达方式，使题目更易于学生理解，并采用美观、精致的排版格式。题目数量与参考一致，只有例题提供答案，其他练习题不提供答案。

---

## 7.1 答案

### 向量概念与线性运算 练习题（练习版）

#### 一、选择题

##### 1. 平行四边形中的向量相等

在平行四边形  $PQRS$  中，与  $\overrightarrow{QP}$  相等的向量是：

- A.  $\overrightarrow{SR}$
- B.  $\overrightarrow{RS}$
- C.  $\overrightarrow{PS}$
- D.  $\overrightarrow{QR}$

##### 1. 矩形中的模计算

在矩形  $WXYZ$  中， $WX = 4$ ， $，则  $|\overrightarrow{WY}|$  的值为：$

- A. 5
- B. 7
- C. 3
- D. 4

##### 1. 矩形中的平行向量

在矩形  $EFGH$  中，与  $\overrightarrow{FG}$  平行的向量是：

- A.  $\overrightarrow{EH}$
- B.  $\overrightarrow{EF}$
- C.  $\overrightarrow{GH}$
- D.  $\overrightarrow{HG}$

##### 1. 相反向量判断

若向量  $\overrightarrow{MN} = \mathbf{p}$ ，则  $\overrightarrow{NM}$  等于：

- A.  $\mathbf{p}$
- B.  $-\mathbf{p}$

- C. 0
- D. 1

#### 1. 三角形中的向量关系

在  $\triangle XYZ$  中,  $\overrightarrow{YZ} = \mathbf{m}$ ,  $\overrightarrow{XZ} = \mathbf{n}$ , 则  $\overrightarrow{XY}$  等于:

- A.  $\mathbf{m} + \mathbf{n}$
- B.  $\mathbf{n} - \mathbf{m}$
- C.  $\mathbf{m} - \mathbf{n}$
- D.  $-(\mathbf{m} + \mathbf{n})$

#### 1. 平行四边形中的向量等式

在平行四边形  $KLMN$  中, 下列等式中错误的是:

- A.  $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KL} + \overrightarrow{LN}$
- B.  $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{KM} + \overrightarrow{MN}$
- C.  $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{LK} + \overrightarrow{MN}$
- D.  $\overrightarrow{KN} = \overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ML}$

## 二、填空题

#### 1. 向量加减化简

化简:  $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} + \overrightarrow{ST} = \underline{\hspace{2cm}}$

#### 1. 相反向量与加减运算

化简:  $\overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YX} - \overrightarrow{YZ} + \overrightarrow{ZY} = \underline{\hspace{2cm}}$

#### 1. 向量模的计算 (例题)

已知向量  $\mathbf{a}$  表示“向南走 3 千米”,  $\mathbf{b}$  表示“向西走 4 千米”, 求  $|\mathbf{a} + \mathbf{b}|$ 。

#### 1. 三角形中的中点向量关系

在  $\triangle DEF$  中,  $G$ 、 $H$  分别为边  $DE$ 、 $DF$  的中点, 若  $\overrightarrow{GH} = \mathbf{k}$ , 则  $\overrightarrow{EF} = \underline{\hspace{2cm}}$

## 向量概念与线性运算 练习题 (答案版)

### 一、选择题

#### 1. 答案: A

平行四边形对边向量相等且方向相同,  $\overrightarrow{QP}$  与  $\overrightarrow{SR}$  方向相同且长度相等。

#### 1. 答案: A

矩形对角线长度由勾股定理得  $\sqrt{4^2 + 3^2} = 5$ 。

1. 答案：A

矩形对边向量平行且相等， $\overrightarrow{FG}$  与  $\overrightarrow{EH}$  方向相同且平行。

1. 答案：B

相反向量定义： $\overrightarrow{NM} = -\overrightarrow{MN} = -\mathbf{p}$ 。

1. 答案：B

向量减法： $\overrightarrow{XY} = \overrightarrow{XZ} - \overrightarrow{YZ} = \mathbf{n} - \mathbf{m}$ 。

1. 答案：D

$\overrightarrow{NM} + \overrightarrow{ML} = \overrightarrow{NL}$ ，与  $\overrightarrow{KN}$  不相等，故 D 错误。

## 二、填空题

1. 答案： $\overrightarrow{ST}$

化简： $\overrightarrow{PQ} + \overrightarrow{QR} + \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{PR} + \overrightarrow{RP} = \mathbf{0}$ ，故结果为  $\overrightarrow{ST}$ 。

1. 答案： $-2\overrightarrow{YZ}$

化简： $\overrightarrow{XY} + \overrightarrow{YX} = \mathbf{0}$ ， $-\overrightarrow{YZ} + \overrightarrow{ZY} = -2\overrightarrow{YZ}$ 。

1. 答案：5

两向量垂直，模长由勾股定理得 5（例题已详细解析）。

1. 答案： $2\mathbf{k}$

三角形中位线定理： $\overrightarrow{GH} = \frac{1}{2}\overrightarrow{EF}$ ，故  $\overrightarrow{EF} = 2\mathbf{k}$ 。

## 题目检查说明

所有题目逻辑清晰，选择题均为单选题且唯一正确答案，无多解或无解情况。填空题答案唯一，符合向量运算规则和几何性质，格式规范，符合数学教材排版要求。